

Коротаев А. В., Малков А. С., Халтурина Д. А. 2007. Законы истории: Математическое моделирование развития Мир-Системы. Демография, экономика, культура. М.: КомКнига/URSS. С. 182–188.

## Экскурс 4

### **Эмпирический тест гипотезы Кузнецца – Кремера**

Гипотеза Кузнецца – Кремера математически выражается уравнением (4.2)<sup>1</sup>:

$$\frac{dT}{dt} = cNT, \quad (4.2)$$

где, напомним,  $T$  – это уровень технологического развития Мир-Системы,  $N$  – численность населения, а  $c$  – коэффициент, соответствующий средней продуктивности изобретательской работы одного обитателя Мир-Системы.

Вербально эта гипотеза может быть сформулирована следующим образом: абсолютные темпы технологического роста на момент  $t$  пропорциональны, с одной стороны, уровню развития технологии, достигнутому на данный момент, а с другой стороны – численности наличного на этот момент населения (т. е. численности потенциальных изобретателей).

Эмпирическая проверка этой гипотезы тем более настоятельно необходима, что уравнение Кремера (т. е. математическое выражение этой гипотезы) уже широко используется в математических моделях гиперболического роста (Cohen 1995; Komlos and Nefedov 2002; Tsirel 2004; Podlazov 2004<sup>2</sup>; Коротаев, Малков, Халтурина 2005б и т.д.), хотя эмпирическая проверка этой гипотезы, насколько нам известно, до сих пор так и не проводилась.

Для эмпирической проверки данной гипотезы воспользуемся разработанным нами индексом технологического развития Мир-Системы. Этот индекс был рассчитан нами на основе базы данных А. Хеллеманса и Б. Банча (Hellemans and Bunch 1988), создатели которой постарались за-

---

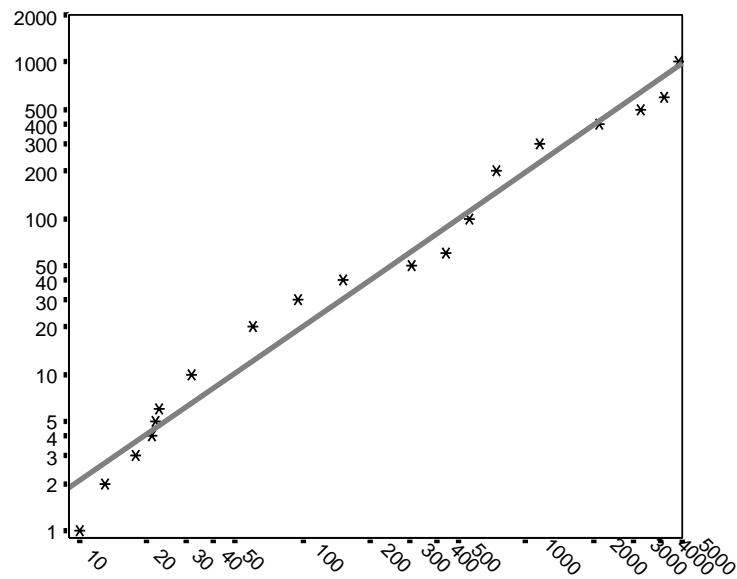
<sup>1</sup> Данное уравнение было впервые предложено М. Кремером (Kremer 1993), однако, насколько нам известно, сама суть соответствующей гипотезы была впервые сформулирована С. Кузнецом (Kuznets 1960), поэтому мы и предпочитаем говорить о "гипотезе Кузнецца – Кремера".

<sup>2</sup> Необходимо отметить, что А. В. Подлазов и С. В. Цирель вывели данное уравнение технологического роста независимо от М. Кремера.

фиксировать в хронологической последовательности все основные изобретения и открытия, сделанные вплоть до 80-х гг. прошлого века. В качестве индекса технологического развития на момент  $X$  мы рассматривали общее число изобретений и открытий, сделанных вплоть до этого момента.

Отметим, что этот индекс демонстрирует очень высокий уровень корреляции с калиброванным вариантом индекса технологического развития, независимо от нас рассчитанным Л. Е. Грининым (2006б) с использованием совершенно другой методики (см. Диаграмму IV.1):

**Diagram IV.1.** Корреляция между Индексом технологического развития Мир-Системы ( $T$ ) и калиброванным Индексом Гринина ( $I_c$ ) (40000 BCE – 1955 CE): диаграмма рассеивания с наложенной линией регрессии

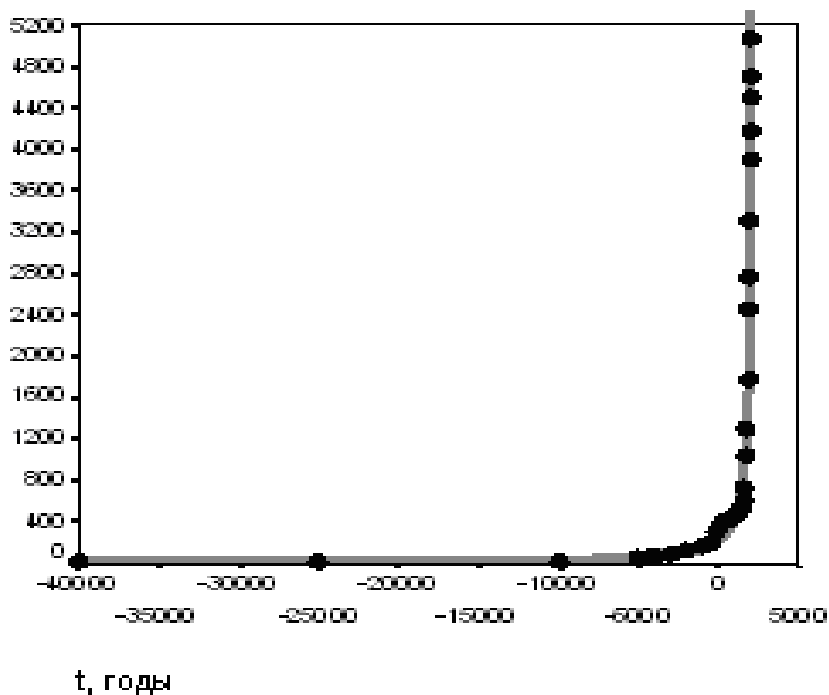


T, Technological Development Index

ПРИМЕЧАНИЕ:  $R = 0,978$ ,  $R^2 = 0,956$ ,  $\alpha = 4,6 \times 10^{-13}$ .

Предсказуемым образом общая динамика индекса технологического развития Мир-Системы демонстрирует явно выраженный гиперболический характер (см. Диаграмму IV.2):

**Диаграмма IV.1.** Динамика индекса технологического развития, 40 000 г. до н. э. – 1960 г. н. э.: соответствие предикций простой гиперболической модели наблюдаемым данным



ПРИМЕЧАНИЯ:  $R = 0,996$ ,  $R^2 = 0,992$ ,  $\alpha \ll 0,0001$ . Черные маркеры соответствуют нашим оценкам, сделанным на основе базы данных Хеллеманса–Банча (Hellemans and Bunch 1988). Сплошная серая кривая сгенерирована следующим уравнением:

$$T_t = \frac{464803,8}{(2047 - t)}$$

Параметры  $C$  (341303,3) и  $t_0$  (2047) определены методом наименьших квадратов. Для сравнения лучшее соответствие ( $R^2$ ), получаемое в этом случае для экспоненциальной модели составляет 0,785. Значение  $t_0$  здесь, совершенно очевидно, несколько завышено из-за недоучета базой данных Хеллеманса–Банча значительного числа важных изобретений и открытий, сделанных после 1870 г.

При использовании подсчитанного нами индекса технологического развития гипотеза Кузнеця–Кремера может быть операционализирована следующим образом: если эта гипотеза верна, то число изобретений и открытий, сделанных в среднем в течение года периода  $A$ , должно быть пропорционально произведению числа изобретений и открытий, сделанных до начала этого периода<sup>3</sup>, на численность населения на начало этого периода.

Анализ базы данных Хеллеманса – Банча дает следующие результаты (см. Таблицу IV.1 и Диаграмму IV.3):

**Таблица IV. 1.** Долгосрочная демографико-технологическая динамика

$i$ (годы)	$T$ (индекс технологического развития = число изобретений и открытий, сделанных до начала года $i$ )	$N$ (численность населения мира на год $i$ в млн чел.)	$NT$	$dT$ (число изобретений и открытий, сделанных за период, начинающийся в год $i$ )	$dT/dt$ (число изобретений и открытий, сделанных в среднем за год за период, следующий за годом $i$ )
-40000	10	3	30	3	0.0002
-25000	13	3.34	43.42	10	0.000667
-10000	23	4	92	40	0.008
-5000	63	5	315	10	0.01
-4000	73	7	511	22	0.022
-3000	95	14	1330	35	0.035

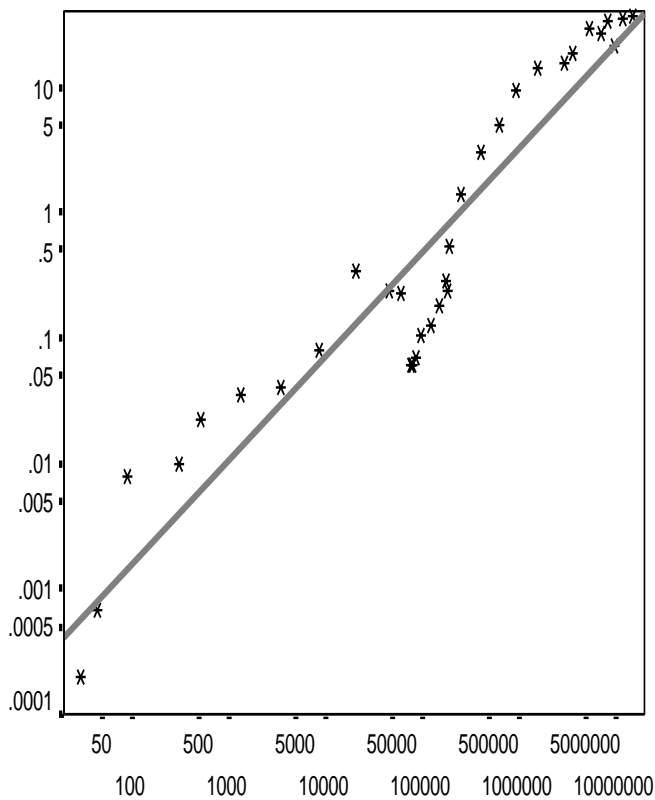
<sup>3</sup> То есть индекса технологического развития на начало периода  $A$ .

$i$ (годы)	$T$ (индекс технологического развития = число изобретений и открытий, сделанных до начала года $i$ )	$N$ (численность населения мира на год $i$ в млн чел.)	$NT$	$dT$ (число изобретений и открытий, сделанных за период, начинающийся в год $i$ )	$dT/dt$ (число изобретений и открытий, сделанных в среднем за год за период, следующий за годом $i$ )
-2000	130	27	3510	41	0.041
-1000	171	50	8550	39	0.078
-500	210	100	21000	100	0.333333
-200	310	150	46500	47	0.235
0	357	170	60690	48	0.228571
210	405	190	76950	12	0.06
410	417	190	79230	12	0.06
610	429	200	85800	14	0.07
810	443	220	97460	21	0.105
1010	464	265	122960	11	0.122222
1100	475	320	152000	18	0.18
1200	493	360	177480	28	0.28
1300	521	360	187560	24	0.24
1400	545	350	190750	53	0.53
1500	598	425	254150	141	1.41

$i$ (годы)	$T$ (индекс техно- логического развития = чис- ло изобретений и открытий, сделанных до начала года $i$ )	$N$ (числен- ность населе- ния мира на год $i$ в млн чел.)	$NT$	$dT$ (число изобрете- ний и от- крытий, сделанных за период, начинаю- щийся в год $i$ )	$dT/dt$ (число изобре- тий и открытий, сделанных в среднем за год за период, следую- щий за годом $i$ )
1600	739	545	402755	305	3.05
1700	1044	610	636840	249	4.98
1750	1293	720	930960	476	9.52
1800	1769	900	159210	690	13.8
1850	2459	1200	295080	302	15.1
1870	2761	1300	358930	556	18.53333
1900	3317	1625	539012	583	29.15
1920	3900	1813	707070	271	27.1
1930	4171	1987	828777	330	33
1940	4501	2213	996071	212	21.2
1950	4713	2555.36	120434	355	35.5
1960	5068	3039.67	154050	370	37
1970	5438	3708.07	201644		

ПРИМЕЧАНИЕ: источник данных по динамике численности населения мира – Kremer 1993.

**Диаграмма IV.3.** Корреляция между  $NT$  и абсолютными темпами технологического роста ( $dT/dt$ ): диаграмма рассеивания в двойной логарифмической шкале с наложенной линией регрессии, 40 000 г. до н. э. – 1970 г. н.э.



$NT$  (логарифмическая шкала)

ПРИМЕЧАНИЕ:  $R = +0,934$ ,  $R^2 = 0,872$ ,  $\alpha = 2,9 \times 10^{-16}$ .

Как мы видим, гипотеза Кузнеца – Кремера прошла нашу эмпирическую проверку в высшей степени успешно: корреляция оказалась в предсказанном направлении очень сильной и статистически значимой. Вариация абсолютных темпов технологического роста объясняется вариацией  $NT$  более чем на 87 %.