

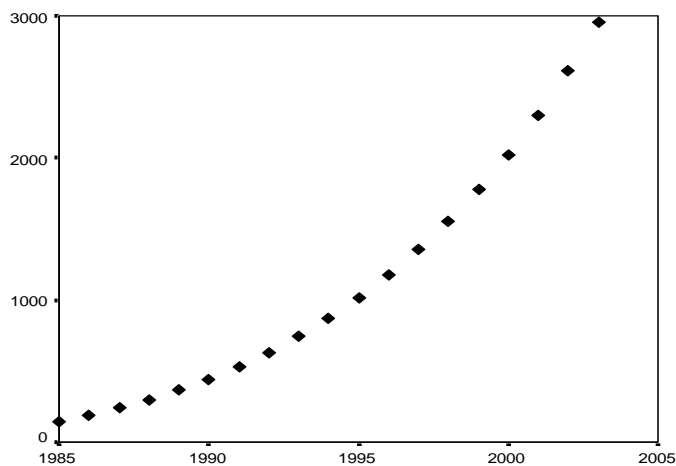
Коротаев А. В., Малков А. С., Халтурина Д. А. 2007. *Законы истории: Математическое моделирование развития Мир-Системы. Демография, экономика, культура*. М.: КомКнига/URSS. С. 75–87.

Глава 5

Общая расширенная математическая макромодель технико-экономического, культурного и демографического роста Мир-Системы

Главная проблема с приведенными выше макромоделями заключается в том, что они не объясняют паттерн роста народонаселения мира после 1962 г. Возьмем, например, нашу компьютерную симуляцию по первой макромодели с началом в 1650 г., которая сгенерировала результаты, близкие к наблюдаемым почти на 100%. После 1962 г. (и в особенности после 1985 г.) разрыв между сгенерированными моделью предикциями и актуально наблюдаемыми значениями численности народонаселения мира начинает стремительно нарастать (см. Диаграмму 5.1):

Диаграмма 5.1. Рост разрыва между сгенерированными моделью и актуально наблюдаемыми значениями численности народонаселения мира, 1985–2003 гг.



Общая расширенная модель является развитием компактных макромоделей и направлена на объяснение двух макрохарактеристик роста населения Земли:

- (1) гиперболического роста до 1962–1963 гг. и
- (2) прогрессирующего замедления темпов роста в последующий период.

В предлагаемой модели ограничение роста населения потолком несущей способности земли задается способом, использованным во второй компактной макромоделе – уровень технологического развития измеряется через "избыточный" продукт, производимый при данном уровне технологического развития на одного человека.

"Избыточный продукт" понимается как разность между актуально произведенным продуктом и продуктом минимально необходимым для простого (с нулевой скоростью роста) воспроизводства населения.

Данная модель также учитывает динамику грамотности населения мира через следующие допущения:

- (1) Чем выше уровень технологического развития, тем выше уровень грамотности.¹

- (2) Мы также учитываем эмпирически установленный факт отрицательного влияния уровня грамотности на рождаемость, а значит и темпы роста населения (Hollingsworth 1996, McMichael 2001, Bongaarts 2003 и т.д.).

Проведем и собственный кросс-национальный тест факторов рождаемости с помощью пошагового метода множественной регрессии (см. Таблицу 5.1, источник данных: SPSS 2006):

¹ С другой стороны, наша модель учитывает и наблюдаемый в подобных процессах автокаталитический эффект. Вплоть до начала насыщения, чем выше доля грамотных людей, тем более быстрый рост грамотности мы наблюдаем (хотя бы потому, что большее число грамотных людей означает большее число потенциальных и актуальных учителей, превращающих неграмотных людей в грамотных). Вместе с тем данный рост замедляется при приближении уровня грамотности к 100%.

Таблица 5.1. Регрессионная модель факторов рождаемости в мире в 1995 г.

Модель	Нестандартизированный коэффициент		Стандартизированный коэффициент	α
	B	Стандартная ошибка	β	
Константа	6,955	0,467		4×10^{-16}
Грамотность среди женщин, %	-0,038	0,007	-0,600	0,00001
Кол-во врачей на 1000 чел.	-0,253	0,117	-0,239	0,036
Урбанизация (% населения, проживающего в городах)	-0,006	0,007	-0,087	0,391

ПРИМЕЧАНИЕ: $R = 0,837$; $R^2 = 0,701$; $\alpha = 2 \times 10^{-11}$. Источник данных: база данных *World95* (SPSS 2004).

Данная трехфакторная модель объясняет более 70% всей дисперсии данных. Регрессионный анализ показывает, что женская грамотность является одним из основных факторов снижения рождаемости в ходе модернизации (необходимо отметить, что женская, мужская и общая грамотность являются тесно связанными друг с другом параметрами, см. Главу 8). Другими важными, хотя и в меньшей степени, показателями являются количество врачей на душу населения (показатель, при помощи которого мы в данном случае измеряем уровень развития системы здравоохранения) и урбанизация. Очевидно при этом, что уровень здравоохранения серьезно зависит от уровня образования, как с точки зрения обучения врачей, так и с точки зрения востребованности защиты здоровья населения (поскольку образование человека делает его более "дорогостоящим", то его жизнь, очевидно, требует большей защиты, что подталкивает развитие здравоохранения). Что касается урбанизации, то она, несомненно, является важной составляющей модернизации и в частности стимулирует рост грамотности в среде жителей городов, но в этом смысле она действует на снижение рождаемости опосредованно, а не напрямую. Поэтому можно считать показатель грамотности оптимальным интегральным показателем модернизационных процессов, являющихся факторами снижения рождаемости (дополнительные аргументы см. ниже в Главе 8 и Экскурсе 2). Снижение рождаемости, обусловленное грамотностью населения, избавлено от недостатков объяснения Кремера (Kremer 1993), считавшего, что высокие доходы понижают рождаемость (подробнее см. ниже Экскурс 3). Не возникает противоречия между низким уровнем рождаемости в России и других

постсоветских странах восточной Европы и резким понижением их уровня жизни в начале 90-х гг. XX в. (подробнее см. следующую часть *Законов истории* [Коротаев, Комарова, Халтурина 2007]). С другой стороны, предложенное нами объяснение перехода является более широким, чем объяснение Кремера (см. ниже Экскурс 3), в том смысле, что грамотные люди в среднем зарабатывают больше, чем неграмотные. Таким образом, объяснение Кремера работает только в период стабильности, в то время как объяснение низкой рождаемости через грамотность работает как в стабильные, так и в кризисные периоды.

В результате модификации модель (4.3)-(4.6) выглядит следующим образом:

$$\frac{dN}{dt} = aS(1-L)N, \quad (5.1)$$

$$\frac{dS}{dt} = bNS, \quad (5.2)$$

$$\frac{dL}{dt} = cS(1-L)L, \quad (5.3)$$

где L – доля грамотного населения, N – население, S – "избыточный" продукт, производимый при данном уровне технологического развития Мир-Системы на одного человека (см. Главу 4), a , b , c – константы.

Влияние грамотности на демографический переход выражается добавлением в (4.3) множителя $(1-L)$ и получении уравнения (5.1). Такое изменение имеет тот смысл, что даже, несмотря на отсутствие ресурсного ограничения, рождаемость снижается с ростом грамотности. Что касается того факта, что смертность при модернизации также снижается, то уравнение (5.1) учитывает и этот факт, поскольку в (5.1) рассматривается именно прирост – разность между рождаемостью и смертностью, а при приближении грамотности к 100% нулевым становится именно прирост.

Введенное дополнительное уравнение для роста грамотности (5.3) имеет тот смысл, что рост уровня грамотности пропорционален доле грамотного населения L (потенциальные учителя), доле неграмотного населения $(1-L)$ (потенциальные ученики) и наличию излишков S , которые могут использоваться на образовательные программы (кроме того, S связано с уровнем технологий T , в том числе образовательных, увеличивающих скорость обучения, см. Экскурс 3). С математической точки зрения, уравнение (5.3) аналогично логистическому уравнению, где насыщение достигается при уровне грамотности $L = 1$, а S отвечает за скорость выхода на этот потолок.

Несмотря на общую логичность модификации модели, ее вид (5.1)-(5.3) должен быть дополнительно обоснован. Поскольку очевидно, что при тех же логических заключениях о зависимости прироста населения от

грамотности, увеличения грамотности при росте числа потенциальных учителей и т.п., модель может быть представлена в виде:

$$\frac{dN}{dt} = aN^{\varphi_1} S^{\varphi_2} (1-L)^{\varphi_3},$$

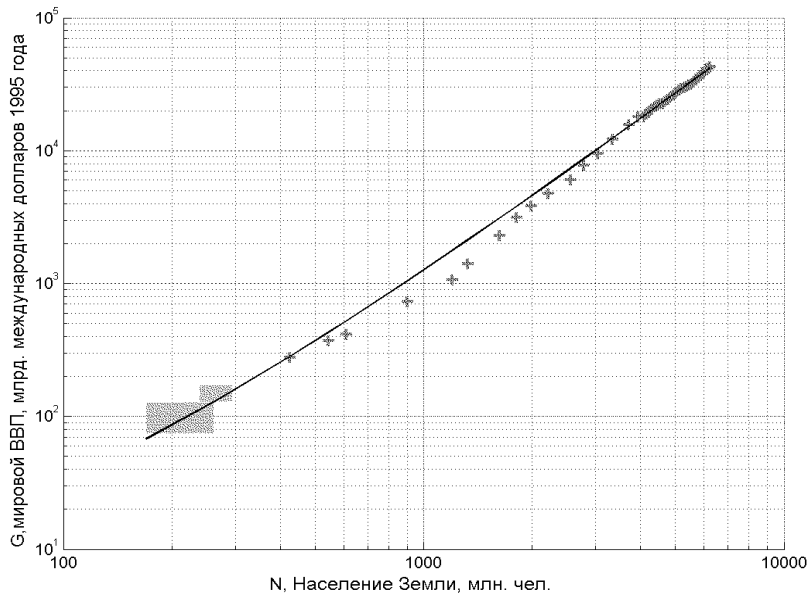
$$\frac{dS}{dt} = bN^{\varphi_4} S^{\varphi_5},$$

$$\frac{dL}{dt} = cL^{\varphi_6} S^{\varphi_7} (1-L)^{\varphi_8},$$

где $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6, \varphi_7, \varphi_8$ – некоторые положительные степени, совсем не обязательно равные единице.

Что касается коэффициентов $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_4, \varphi_5$, то в пользу того, что они могут быть положены единичными, говорит тот факт, что вдали от демографического перехода они удовлетворительно описывают гиперболический рост и хорошо ложатся на эмпирические данные (см. Диаграмму 5.2):

Диаграмма 5.2. Мировой ВВП и численность населения Земли в двойном логарифмическом масштабе



ПРИМЕЧАНИЕ: прямоугольниками обозначены точки, соответствующие 1 и 1000 г. н.э., для которых имеется большой разброс оценок.

В пользу определения остальных коэффициентов также должны сказать эмпирические данные.

Легко заметить, что в случае если $\varphi_1 = \varphi_6 = 1$, $\varphi_2 = \varphi_7$, $\varphi_3 = \varphi_8$, делением первого уравнения на третье получается уравнение

$$\frac{dN}{dL} = \frac{a}{c} \frac{N}{L}, \quad (5.4)$$

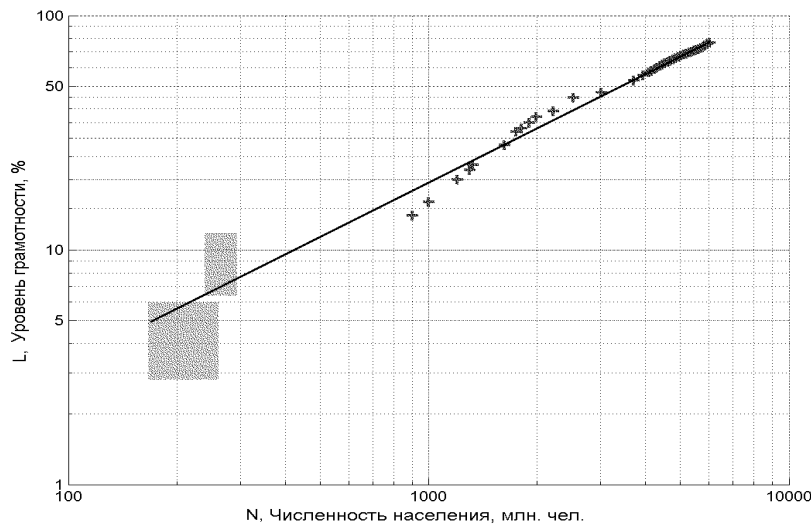
решение которого определяет связь между L и N в виде

$$L = \lambda N^{\frac{c}{a}}, \quad (5.5)$$

где λ – константа.

Для проверки данной гипотезы обратимся к историческим данным. На Диаграмме 5.3 представлены данные по совместному росту грамотности и населения земли в двойном логарифмическом масштабе:

Диаграмма 5.3. Уровень грамотности и численность населения Земли в двойном логарифмическом масштабе



ПРИМЕЧАНИЕ: прямоугольниками обозначены точки, соответствующие 1 и 1000 н.э., для которых имеется большой разброс оценок. Данные по мировой грамотности – оценки ЮНЕСКО (World Bank 2006) для периода после 1970 г. Для предшествующего периода использованы оценки, полученные на основе данных, опубликованных В. А. Мельянцевым (1996, 2003, 2004; Meliantsev 2004). Оценки численности населения мира приводятся по: Kremer 1993; Maddison 2001; US Bureau of the Census 2006.

В этом масштабе степенным зависимостям соответствуют прямые линии. Из графика видно, что степенная зависимость (5.5) достаточно хорошо описывает имеющиеся данные. Следует дополнительно отметить, что, к сожалению, исторических данных по уровню грамотности чрезвычайно мало и известны они с гораздо меньшей точностью, чем ВВП и, тем более

численность населения. В частности, есть основания считать, что имеющиеся данные на 1 год н.э. занижены, а на 1000 год – несколько завышены. Тем не менее, с точки зрения оценки таких показателей, как образование и культура, по всей видимости, уровень грамотности – это единственный, хотя и плохо, но все-таки измеряемый исторический показатель. Его ведущая роль как фактора демографического перехода еще больше подчеркивает его важность и целесообразность использования в глобальных моделях наряду с данными по населению и ВВП. Безусловно, следует критически относиться к данным по грамотности не только из-за их малочисленности и низкой точности, но и потому что то, что мы понимаем под грамотностью сейчас, и то, что считалось грамотностью тысячелетия назад, может быть не вполне сопоставимо. А потому их количественное использование в одной модели и вывод на один график, притом, что качество может быть отлично, не вполне адекватно. Тем не менее, абсолютно такой же упрек с полным правом можно предъявить и к данным по численности населения, и к данным по ВВП. Поскольку количественное измерение в одной шкале современных людей и наших предков, живших миллион лет назад, или измерение стоимости современных высокотехнологичных продуктов и стоимости продукта, произведенного древними людьми, также не вполне адекватно.

В любом случае, имеющиеся данные (Диаграмма 5.3) говорят в пользу использования соотношения (5.5), а, следовательно, и в пользу положения $\varphi_1 = \varphi_6 = 1$, $\varphi_2 = \varphi_7$, $\varphi_3 = \varphi_8$, которое в свете того, что степень φ_2 была ранее оценена как единица, может быть записано в виде: $\varphi_1 = \varphi_6 = \varphi_2 = \varphi_7 = 1$, $\varphi_3 = \varphi_8$. Что же касается равенства единице значения φ_3 , то в пользу этого говорит хорошее соответствие эмпирических данных с данными (Диаграммы 5.4–5.9), полученными при расчете модели (5.1)-(5.2)-(5.3). Конечно, более тонкая "подстройка" модели с помощью параметров $\varphi_{1...8}$ могла бы улучшить соответствие, однако при той точности, которая доступна, "тонкая подстройка" теряет смысл, поскольку неизвестны точки, к которым следует подстраивать решение. В любом случае в такой общей модели следует стремиться сократить количество параметров, не улучшающих решение на качественном уровне.

Результаты расчета модели (5.1)-(5.2)-(5.3) с параметрами

$$a = 1,085 \times 10^{-5} (\$ \cdot \text{год})^{-1};$$

$$b = 6,51 \times 10^{-12} (\text{чел.} \cdot \text{год})^{-1};$$

$$c = 8,2 \times 10^{-6} (\$ \cdot \text{год})^{-1};$$

$$\tilde{m} = 420 \$$$

и с начальными данными в 1 году н.э.:

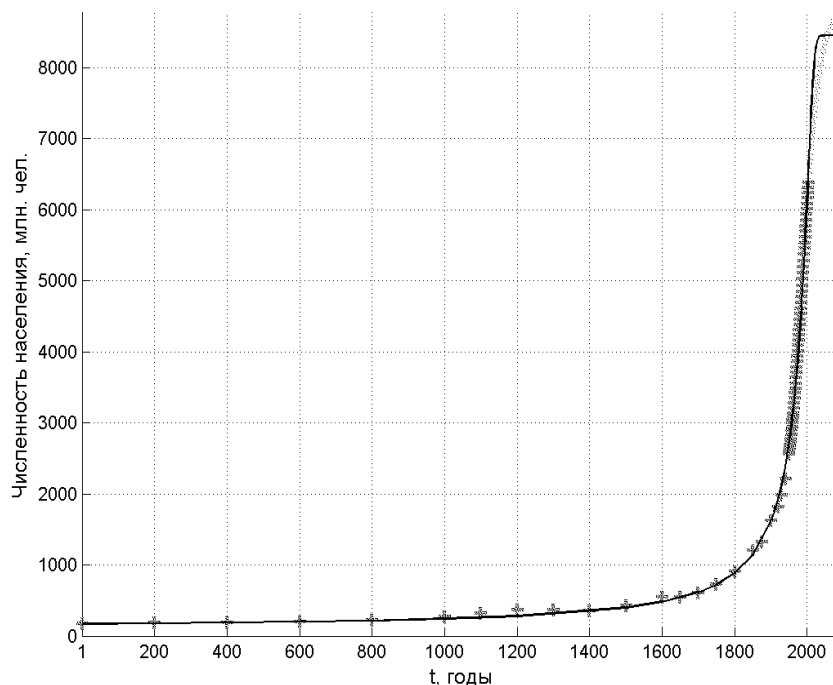
$$N_0 = 170000000 \text{ чел};$$

$$S_0 = 17,47 \$;$$

$$L_0 = 0,052 ,$$

где L – доля грамотного взрослого населения (безразмерная величина от 0 до 1), знак \$ - соответствует международному доллару 1995 года., приведены на следующих графиках (Диаграммы 5.4–5.9):

Диаграмма 5.4. Рост населения Земли

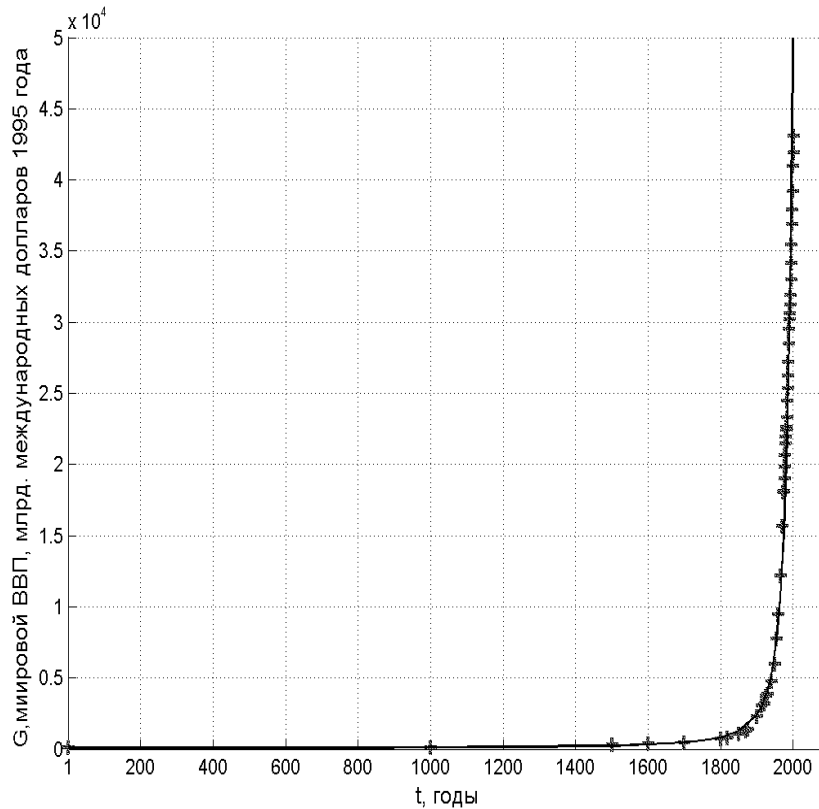


Полученные результаты (сплошная линия) по росту населения Земли хорошо описывают гиперболический рост и мировой демографический переход к настоящему времени, что касается прогноза, то модель дает несколько отличные результаты по сравнению с прогнозами ООН (светло-серые маркеры). По результатам модели вторая фаза перехода будет проходить более резко, чем то, как предсказывает ООН.

Более гладкого перехода можно было бы добиться введением $\varphi_3 = \varphi_8 \neq 1$, однако, с одной стороны, прогноз ООН – это прогноз, опирающийся на свои модели, которые также огрубляют действительность, а с другой – представительность и точность имеющихся сейчас исторических данных не могут на должном уровне ни подтвердить, ни опровергнуть гипотезу $\varphi_3 = \varphi_8 = 1$.

С появлением новых данных модель можно будет скорректировать.

Диаграмма 5.5. Рост мирового ВВП



Рост ВВП ярко демонстрирует еще более крутой рост, чем рост численности населения, и математически описывается формулой

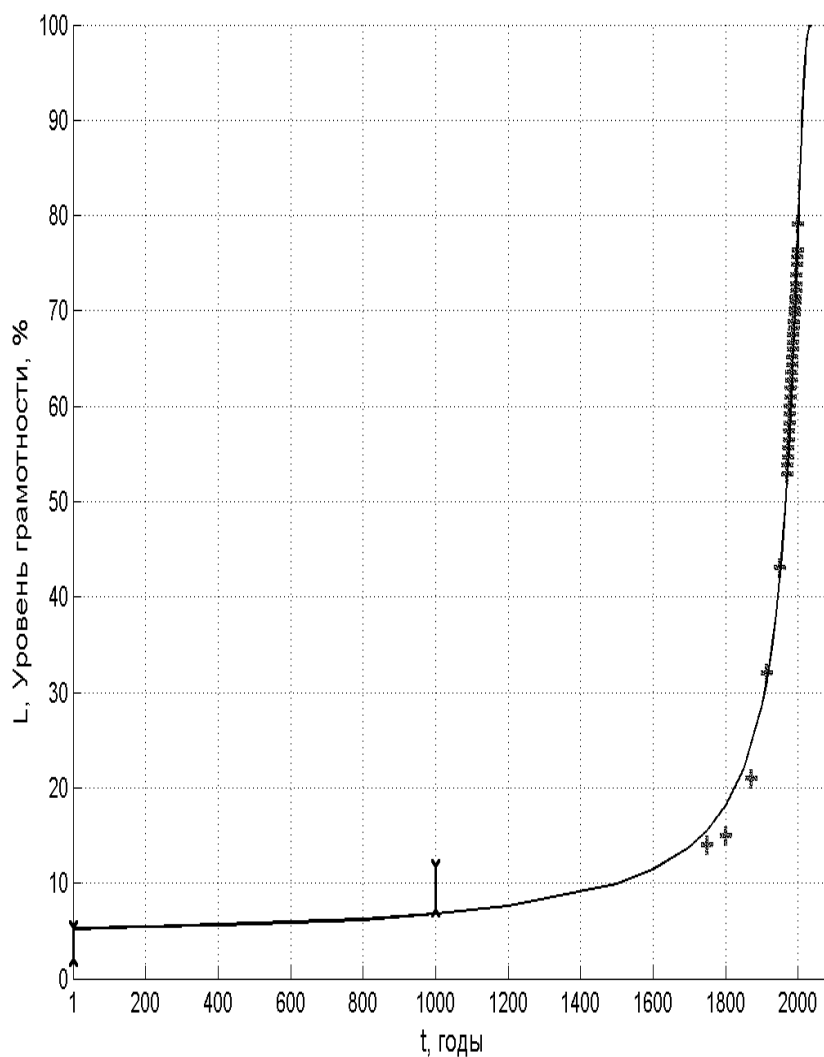
$$G = \tilde{m}N + \gamma N^2, \quad (5.6)$$

где \tilde{m} , γ – константы (на вышеприведенной Диаграмме 5.2 $\gamma = 1,04 \times 10^6$; $\tilde{m} = 221,15$; ВВП измерялся в международных долларах 1995 года).

Несмотря на то, что ВВП явно не входит в систему уравнений модели, на данном графике точки расчетной кривой вычисляются по формуле (4.8).

Наконец, приведем диаграмму, демонстрирующую соотношение между генерируемой моделью динамикой роста мировой грамотности и актуально наблюдаемыми ее значениями (см. Диаграмму 5.6):

Диаграмма 5.6. Рост уровня всемирной грамотности (в %%)



Графики в двойном логарифмическом масштабе «убирают» визуальную компоненту гиперболического роста и делают результаты более наглядными, хотя, конечно, и отклонения в этом масштабе выглядят более существенными, чем на обычных графиках (см. Диаграммы 5.7 – 5.9):

Диаграмма 5.7. Рост населения Земли
в двойном логарифмическом масштабе

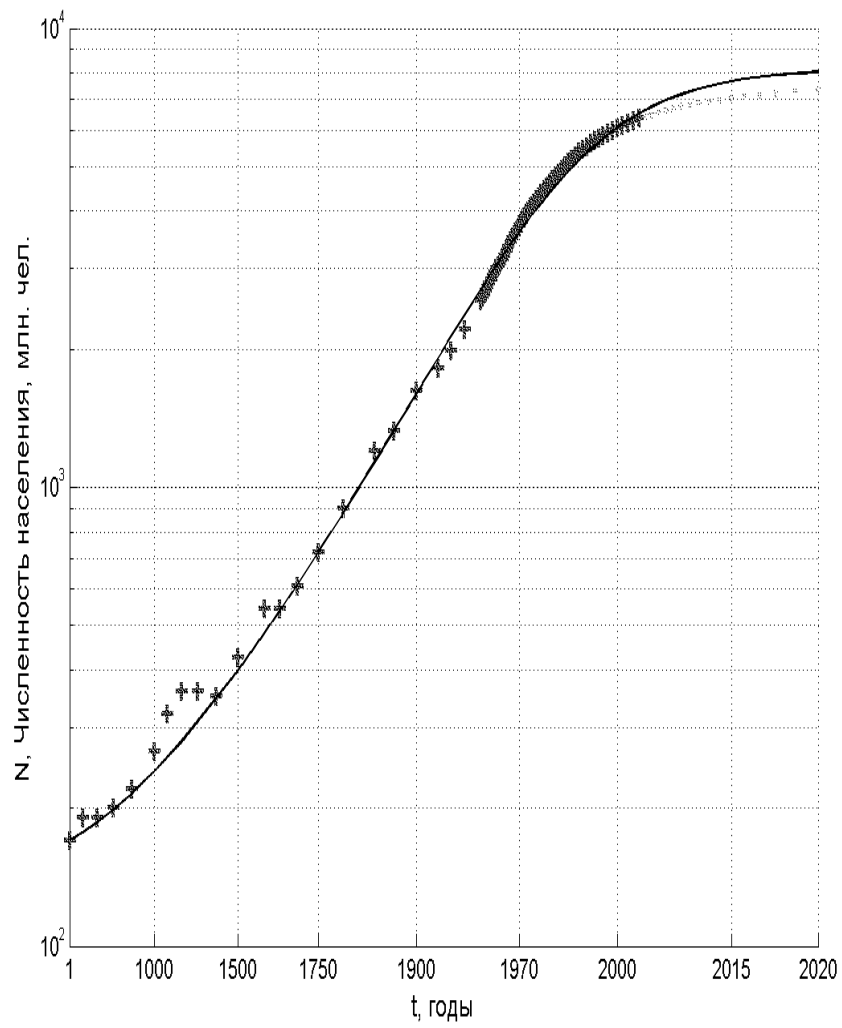


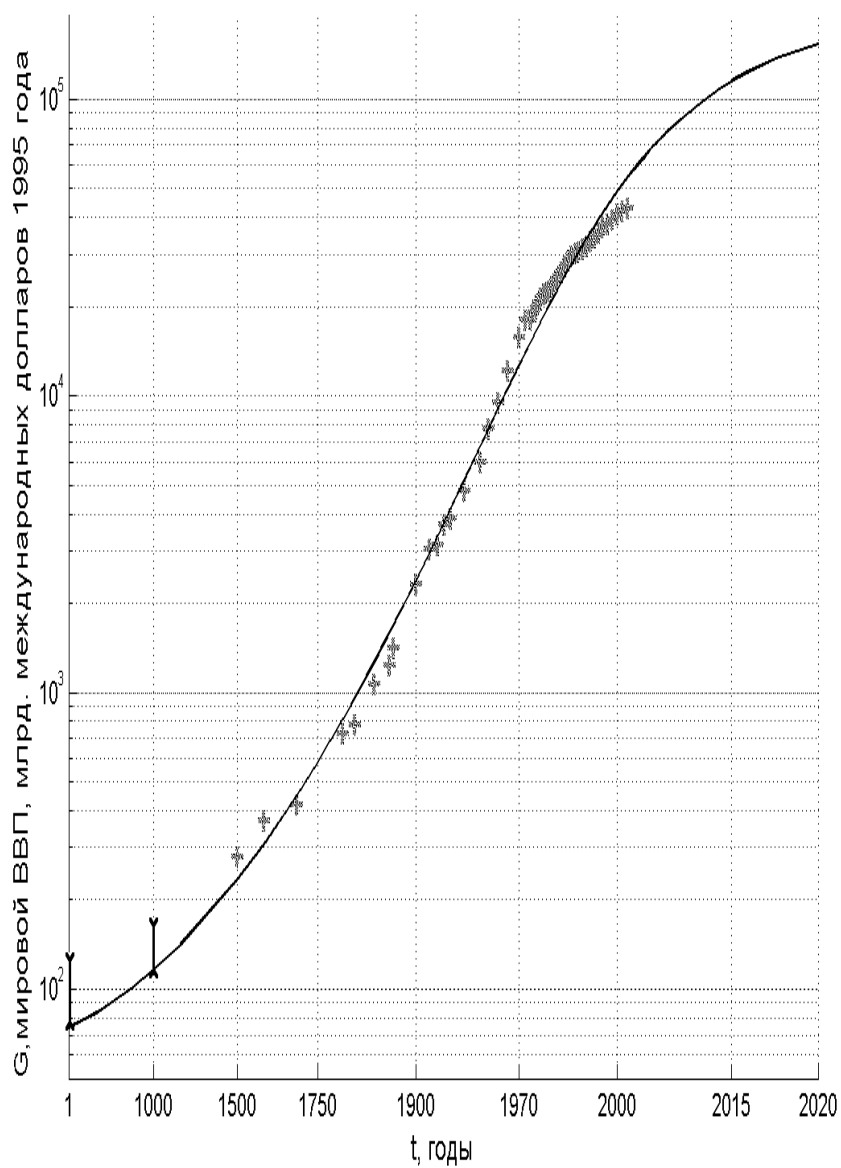
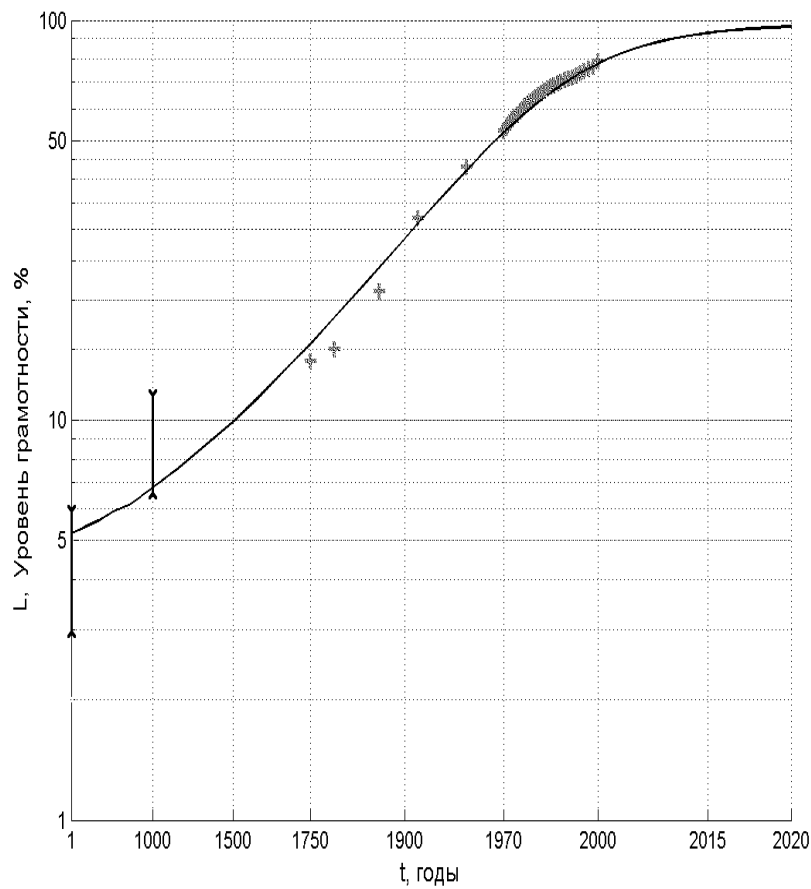
Диаграмма 5.8. Рост мирового ВВП в двойном логарифмическом масштабе

Диаграмма 5.9. Рост уровня мировой грамотности в двойном логарифмическом масштабе



Комментируя графики, нужно отметить, что, несмотря на локальные отклонения, модель (5.1)-(5.2)-(5.3) достаточно хорошо описывает имеющиеся эмпирические данные при том, что в нее входят всего три коэффициента. Причем масштабированием можно свести два из них к единицам – в этом случае в модель будет входить только один коэффициент, равный показателю степени в уравнении (5.5). Несмотря на крайнюю простоту модели, она, тем не менее, с хорошим соответствием описывает совместную динамику сразу трех важнейших показателей глобального процесса развития человечества.